

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ОЦЕНКА ВЕЛИЧИНЫ ТЕПЛОВЫХ ПОТЕРЬ ВОССТАНОВИТЕЛЬНОГО ПЕРИОДА ПЛАВКИ В ДУГОВОЙ СТАЛЕПЛАВИЛЬНОЙ ПЕЧИ

Разживин А. В.

Специальным и актуальным является вопрос оценки некоторых состояний процессов плавки, носящих вероятностный характер и неподдающихся непосредственному контролю. Наиболее актуальными являются проблемы определения тепловых потерь при дуговой плавке. Проведенное математическое моделирование с целью оценки величины тепловых потерь восстановительного периода плавки позволило определить значение мощности, подведенной к жидкому металлу. По результатам теоретических исследований процесса теплообмена в замкнутом пространстве печи получены поверхности изменения мощности тепловых потерь в процессе нагрева расплава, которые позволяют повысить точность моделирования электротермического режима по всей кампании плавки.

Спеціальним і актуальним є питання оцінки деяких станів процесів плавки, що носять імовірнісний характер і не піддаються безпосередній контроль. Найбільш актуальними є проблеми визначення теплових втрат при дуговій плавці. Проведене математичне моделювання з метою оцінки величини теплових втрат відновлювального періоду плавки дозволило визначити значення потужності, підведеної до рідкого металу. За результатами теоретичних досліджень процесу теплообміну в замкнутому просторі печі отримані поверхні зміни потужності теплових втрат у процесі нагрівання розплаву, які дозволяють підвищити точність моделювання електротермічного режиму по всій кампанії плавки.

Special and actual the question of an estimation of some conditions of processes of the fusion having likelihood character and resistant direct control is special. The most actual are problems of definition of thermal losses at arc fusion. The spent mathematical modelling for the purpose of an estimation of size of thermal losses of the regenerative period of fusion, has allowed to define value of the capacity brought to liquid metal. By results of theoretical researches of process of heat exchange in the closed space of the furnace surfaces of change of capacity of thermal losses in the course of heating of liquid metal which allow to raise accuracy of modelling of an electro-thermal mode on all campaign of fusion are received.

Разживин А. В.

канд. техн. наук, доц. кафедры АПП ДГМА  
app@dgma.donetsk.ua

ДГМА – Донбасская государственная машиностроительная академия, г. Краматорск.

УДК 681.5:51-74

Разживин А. В.

### МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ОЦЕНКА ВЕЛИЧИНЫ ТЕПЛОВЫХ ПОТЕРЬ ВОССТАНОВИТЕЛЬНОГО ПЕРИОДА ПЛАВКИ В ДУГОВОЙ СТАЛЕПЛАВИЛЬНОЙ ПЕЧИ

Из-за многообразия действующих факторов, неподдающихся контролю, и вероятностного их характера не могут быть с достаточной для практики степенью точности описаны детерминированными методами процессы, происходящие в дуговой электропечи.

Специальным и актуальным является вопрос оценки некоторых состояний процессов плавки, носящих вероятностный характер и неподдающихся непосредственному контролю. Наиболее актуальными являются проблемы определения тепловых потерь при дуговой плавке. Эти проблемы могут быть решены с использованием статистических методов принятия решений, а также с помощью идентификации для заполнения таблиц данных по тепловым потерям [1].

При статистическом заполнении таблиц с данными мощностей тепловых потерь в зависимости от мощности на ступени напряжения печного трансформатора и масс расплава в ковше определенного типоразмера возникают пробелы. Возникновение пробелов в таблицах данных связано с тем, что необходимо проведение большого количества опытов, что не представляется возможным.

Для устранения ошибок и пробелов в таблицах данных необходимо проводить оценку величины мощности тепловых потерь по ходу плавки.

Целью статьи является оценка величин тепловых потерь восстановительного периода плавки в дуговой сталеплавильной печи (ДСП) на основе анализа текущих переменных состояния объекта управления, с целью обеспечения их компенсации для поддержания температуры расплава с точностью  $\pm 10$  °С.

При анализе энергетических процессов по интегральным показателям в дуговой сталеплавильной печи учет пространственного распределения может быть сделан с использованием решения системы дифференциальных уравнений в частных производных операторным методом, который описан в [3]:

$$\begin{cases} \frac{\partial T_{ш}}{\partial t} = a_1 \left( \frac{\partial^2 T_{ш}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_{ш}}{\partial r} \right) + \delta(r - r_1) Q^*, & (1) \\ \frac{\partial T_{м}}{\partial t} = a_2 \left( \frac{\partial^2 T_{м}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_{м}}{\partial r} + \frac{\partial^2 T_{м}}{\partial x^2} \right) + \delta(x) [F(r, t)], & (2) \end{cases}$$

где  $\delta(r - r_1)$ ,  $\delta(x)$  – дельта-функции по соответствующим координатам распространения тепла от электрической дуги;

$F(r, t) = \delta(r - r_1) Q^* + Q_1 [T_{ш}^*(r, t)]$  – параметр, характеризующий мощность источника тепла, передаваемого расплаву;

$a_2 = 1/c_m M_m$ ,  $a_1 = 1/c_{ш} M_{ш}$  – тепловые передаточные коэффициенты металла и шлака, соответственно;

$C_m$ ,  $C_{ш}$  – удельная теплоемкость металла и шлака;

$M_m$ ,  $M_{ш}$  – масса металла и футеровки.

Начальные условия для уравнений (1) и (2):

$$T_{ш}(r, 0) = T_m(x, r, 0) = T_0, \quad (3)$$

где  $T_0$  – начальная температура расплава и шлака.

Уравнение (3) описывает теплопроводность в шлаке при наличии внутреннего источника тепла мощностью  $Q^*$ , излучаемой электрической дугой горячей непосредственно в шлаке. Уравнение (4) описывает теплопроводность (изменение температуры) в расплаве в процессе нагрева до температуры выдержки. Нагрев расплава происходит путем непосредственного нагрева от электрических дуг и конвекционного теплообмена на поверхности шлак – расплав и описывается мощностью источника тепла, входящим непосредственно в уравнение  $F(r, t)$ . На краях расплава происходит конвекционный теплообмен с водоохлаждаемой футеровкой, температура которой измеряется встроенными термопарами.

Граничные условия для уравнения (1):

$$T_{u1}(0, t) < \infty; \quad \frac{\partial T_{u1}}{\partial r} = -\alpha_1 T_{u1} \Big|_{r=R}. \quad (4)$$

Граничные условия для уравнения (2):

$$T_M(0, x, t) < \infty; \quad \frac{\partial T_M}{\partial x} = -\alpha_3 T_M \Big|_{x=l}; \quad \frac{\partial T_M}{\partial r} = -\alpha_2 T_M \Big|_{r=R}; \quad \frac{\partial T_M}{\partial x} = \frac{\partial T_{u1}}{\partial x} \Big|_{x=0}. \quad (5)$$

Полученное решение в [3] позволяет описать тепловые процессы, распределенные во времени и пространстве, и имеет вид:

$$T_M(x, r, t) = \sum_{k=1}^{\infty} \left( \sum_{i=1}^{\infty} Q_{ki}(t) J_0 \left( \frac{\chi_i}{R} r \right) \right) \cos \frac{p_k}{h} x, \quad (6)$$

где:

$$Q_{ki}(t) = 4T_0 \frac{\alpha_3 h \sin p_k}{p_k [\alpha_3 h + \sin^2 p_k]} \cdot \frac{\chi_i J_1(\chi_i)}{(\chi_i^2 + (\alpha_2 R)^2) J_0^2(\chi_i)} e^{-a_{ki} t} + \frac{2\alpha_3}{\alpha_3 h + \sin^2 p_k} e^{-a_{ki} t} \int_0^t p_i(\tau) e^{a_{ki} \tau} d\tau; \quad (7)$$

$$p_i(t) = \frac{2\chi_i^2}{(\chi_i^2 + (\alpha_2 R)^2) J_0^2(\chi_i)} \int_0^R r F(r, t) J_0 \left( \frac{\chi_i}{R} r \right) dr. \quad (8)$$

Разработанная математическая модель печи не описывает в полной мере распределение температурных полей и изменение скорости нагрева жидкого металла. Это связано с тем, что в модели не учтено влияние возмущающих воздействий на тепловые параметры плавки. Возмущающие воздействия на процесс плавки в ДСП, так или иначе, влияют на температурный режим печи через тепловые потери. Внешние возмущения на электрическую часть прямо пропорциональны мощности, выделяемой на электрической дуге [2]. Из этого следует, что любые возмущения, влияющие на величину подводимой мощности, изменяют температурный режим плавки и могут быть отнесены к тепловым потерям.

Для оценки величины тепловых потерь используем классическую схему адаптивной системы управления объектом с параллельно включенной моделью [4]. Применение этой схемы предпочтительно потому, что управляющие сигналы  $x_{ex} = F(t, r)$  объекта и модели одинаковы, а выходные сигналы  $x_{вых} = T_M(t, r, x)$  имеют единую размерность. Благодаря этому разность выходных параметров объекта и параметров модели можно рассматривать как оценку величины возмущения.

Найдем решение задачи оценки мощности тепловых потерь в общем виде. Решение уравнения теплопроводности расплава (6) объемом ( $V$ ) найдем для точки  $C$ , где температура  $T_{ср}$  усреднена:

$$T_{\text{мсп}}(t) = \frac{\iiint_V T_M(x, r, t) dV}{\iiint_V dV}. \quad (9)$$

В цилиндрической системе координат  $dV = r dr dx d\varphi$ , а  $\iiint_V dV = \pi R^2 h$ .

Тогда:

$$T_{\text{мсп}}(t) = \frac{\iiint T_2(x, r, t) r dr dx d\varphi}{\pi R^2 h} = \frac{2\pi}{\pi R^2 h} \int_0^h dx \int_0^R T_M(x, r, t) r dr. \quad (10)$$

Учитывая, что:

$$T_M(x, r, t) = \sum_{k=1}^{\infty} \left( \sum_{i=1}^{\infty} Q_{ki}(t) J_0\left(\frac{\chi_i}{R} r\right) \right) \cos \frac{p_k}{h} x, \quad (11)$$

и используя равенство:

$$\int_0^R r J_0(r) dr = r J_1(r) \Big|_0^R = R J_1(R), \quad (12)$$

найдем:

$$\int_0^R r J_0\left(\frac{\chi_i}{R} r\right) dr = \left\{ \begin{array}{ll} x = \frac{\chi_i}{R} r; & dx = \frac{\chi_i}{R} dr \\ r = 0; & x = 0 \\ r = R; & x = \chi_i \end{array} \right\} r J_1(r) \Big|_0^R = \frac{R^2}{\chi_i^2} R \alpha_2 J_0(\chi_i). \quad (13)$$

Здесь:

$$\int_0^h \cos \frac{p_k}{h} x dx = \frac{h}{p_k} \sin p_k. \quad (14)$$

С учетом (13) и (14) средняя температура расплава по объему запишется в виде:

$$T_{\text{мсп}}(t) = 2R\alpha_2 \sum_{k=1}^{\infty} \left( \sum_{i=1}^{\infty} \frac{J_0(\chi_i)}{\chi_i^2} Q_{ki}(t) \right) \frac{\sin p_k}{p_k}, \quad (15)$$

где  $Q_{ki}(t)$  определяется выражением (7), а его подынтегральное произведение  $p_i(t)$  –

выражением (8), при  $F^M(r, t) = \delta(r - r_1) Q^* + Q_1^*(r, t) = \left[ \delta(r - r_1) Q^* + \sum_{n=1}^{\infty} Q_n(t) \right] J_0\left(\frac{\mu_n}{R} r\right)$ .

Находя подынтегральные выражения, запишем:

$$p_i(t) = \frac{2\chi_i^2}{R^2 [\chi_i^2 + (\alpha_2 R)^2]} J_0^2(\chi_i) \left[ Q^* r_1 J_0\left(\frac{\chi_i}{R} r_1\right) + \sum_{n=1}^{\infty} d_{ni} Q_n(t) \right]. \quad (16)$$

Взяв интеграл от  $p_i(t) e^{a_{ki} t}$  и обозначив:

$$A_n = 2T_0 \frac{\mu_n^2 J_1(\mu_n)}{[\mu_n^2 + (\alpha_1 R)^2] J_0^2(\mu_n)}; \quad (17)$$

$$B_n = \frac{2r_1}{a_1^2} \frac{J_0\left(\frac{\mu_n}{R} r_1\right)}{[\mu_n^2 + (\alpha_1 R)^2] J_0^2(\mu_n)}; \quad (18)$$

$$b_n = \left(\frac{a_1 \mu_k}{R}\right)^2, \quad (19)$$

получим решение относительно  $Q_{ki}(t)$ .

Анализ полученного решения показывает, что оно имеет хорошую сходимость. Отбросив члены разложения выше первого порядка малости, получим:

$$\begin{aligned} Q_{11}^M(t) = & 4T_0 \frac{\alpha_3 h \sin p_1}{p_1 [\alpha_3 h + \sin^2 p_1]} \cdot \frac{\chi_1 J_1(\chi_1)}{[\chi_1^2 + (\alpha_2 R)^2] J_0^2(\chi_1)} e^{-a_{11}t} + \\ & + \frac{2\alpha_3}{\alpha_3 h + \sin^2 p_1} Q^* \left\{ \frac{2r_1}{a_2^2} \frac{\chi_1^2 J_0\left(\frac{\chi_i}{R} r_1\right)}{\left[\chi_1^2 + p_1^2 \left(\frac{R}{h}\right)^2\right] [\chi_1^2 + (\alpha_2 R)^2] J_0^2(\chi_1)} (1 - e^{-a_{11}t}) + \right. \\ & \left. + \frac{2\chi_1^2}{R^2 [\chi_1^2 + (\alpha_2 R)^2] J_0^2(\chi_1)} d_{11} \left[ \frac{A_1 - B_1}{a_{11} - b_{11}} (e^{-b_1 t} - e^{-a_{11}t}) + \frac{B_1}{a_{11}} (1 - e^{-a_{11}t}) \right] \right\}. \quad (20) \end{aligned}$$

Объект задается в аналогичном виде:

$$\begin{aligned} Q_{11}(t) = & 4T_0 \frac{\alpha_3 h \sin p_1}{p_1 [\alpha_3 h + \sin^2 p_1]} \cdot \frac{\chi_1 J_1(\chi_1)}{[\chi_1^2 + (\alpha_2 R)^2] J_0^2(\chi_1)} e^{-a_{11}t} + \\ & + \frac{2\alpha_3}{\alpha_3 h + \sin^2 p_1} Q \left\{ \frac{2r_1}{a_2^2} \frac{\chi_1^2 J_0\left(\frac{\chi_i}{R} r_1\right)}{\left[\chi_1^2 + p_1^2 \left(\frac{R}{h}\right)^2\right] [\chi_1^2 + (\alpha_2 R)^2] J_0^2(\chi_1)} (1 - e^{-a_{11}t}) + \right. \\ & \left. + \frac{2\chi_1^2}{R^2 [\chi_1^2 + (\alpha_2 R)^2] J_0^2(\chi_1)} d_{11} \left[ \frac{A_1 - B_1}{a_{11} - b_{11}} (e^{-b_1 t} - e^{-a_{11}t}) + \frac{B_1}{a_{11}} (1 - e^{-a_{11}t}) \right] \right\}. \quad (21) \end{aligned}$$

где  $Q = \frac{\lambda_i}{\pi \alpha_3^2} (P_d - P_{mn})$  – мощность источника тепловой энергии;

$Q^* = \frac{\lambda_i}{\pi \alpha_3^2} P_d$  – модельная мощность источника тепловой энергии (электрической дуги).

При этом отклонения параметров модели от параметров объекта  $\Delta D_i = D_i - D_i^M$ ,  $i, j = \overline{1, n}$  считаются малыми [4]. Непосредственным вычитанием (20) из (21) можно получить сигнал невязки с точностью до малых второго порядка:

$$Q_{i1}^M(t) - Q_{11}(t) = \frac{2\alpha_3}{\alpha_3 h + \sin^2 p_1} \frac{\lambda_i}{\pi r_3^2} \left\{ \frac{2r_1}{a_2^2} \frac{\chi_1^2 J_0\left(\frac{\chi_i}{R} r_1\right)}{\left[\chi_1^2 + p_1^2 \left(\frac{R}{h}\right)^2\right] \left[\chi_1^2 + (\alpha_2 R)^2\right] J_0^2(\chi_1)} (1 - e^{-a_{11}t}) + \frac{2\chi_1^2}{R^2 \left[\chi_1^2 + (\alpha_2 R)^2\right] J_0^2(\chi_1)} d_{11} \left[ \frac{A_1 - B_1}{a_{11} - b_{11}} (e^{-b_1 t} - e^{-a_{11} \tau}) + \frac{B_1}{a_{11}} (1 - e^{-a_{11} t}) \right] \right\} P_{mn}. \quad (22)$$

Обозначим:

$$K_1 = \frac{2\alpha_3}{\alpha_3 h + \sin^2 p_1} \frac{\lambda_i}{\pi r_3^2}; \quad (23)$$

$$K_2 = \frac{2r_1}{a_2^2} \frac{\chi_1^2 J_0\left(\frac{\chi_i}{R} r_1\right)}{\left[\chi_1^2 + p_1^2 \left(\frac{R}{h}\right)^2\right] \left[\chi_1^2 + (\alpha_2 R)^2\right] J_0^2(\chi_1)}; \quad (24)$$

$$K_3 = \frac{2\chi_1^2}{R^2 \left[\chi_1^2 + (\alpha_2 R)^2\right] J_0^2(\chi_1)} d_{11}. \quad (25)$$

Окончательно получим:

$$P_{mn} = \frac{T_{мсп}^M(t) - T_{мсп}^{изм}(t)}{\left( K_1 K_2 (1 - e^{-a_{11}t}) + K_1 K_3 \left[ \frac{A_1 - B_1}{a_{11} - b_{11}} (e^{-b_1 t} - e^{-a_{11} \tau}) + \frac{B_1}{a_{11}} (1 - e^{-a_{11} t}) \right] \right)}. \quad (26)$$

С учетом уравнения (26) для определения тепловых потерь модель нужно включить по схеме, изображенной на рис. 1.

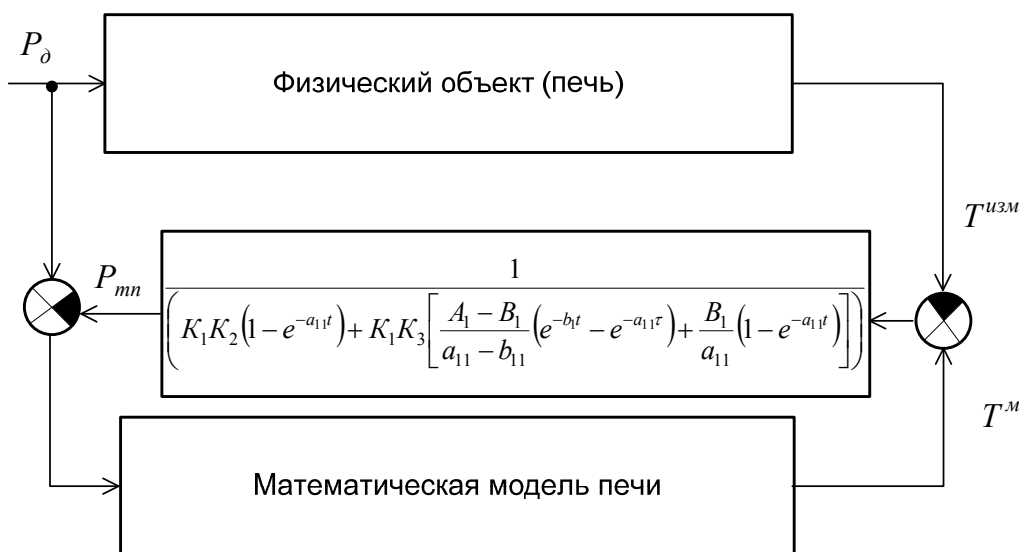


Рис. 1. Структурная схема включения модели для оценки тепловых потерь

Входным параметром для данной модели является мощность дуги  $P_{\partial}$ , выходным параметром – температура расплава  $T^M$ . Величина мощности тепловых потерь  $P_{mn}$  образуется путем обработки данных о разности температур расплава на физическом объекте и модели.

По результатам теоретических исследований процесса теплообмена в замкнутом пространстве печи получены поверхности изменения мощности тепловых потерь в процессе нагрева расплава. При решении системы уравнений использован МПП MatLab и встроенная функция PDE. В процессе моделирования приняты следующие параметры:  $M_{и} = 2,5$  тонны,  $C_{м} = 0,263$  Дж/°С·кг. [5]. Результаты моделирования приведены на рис. 2.

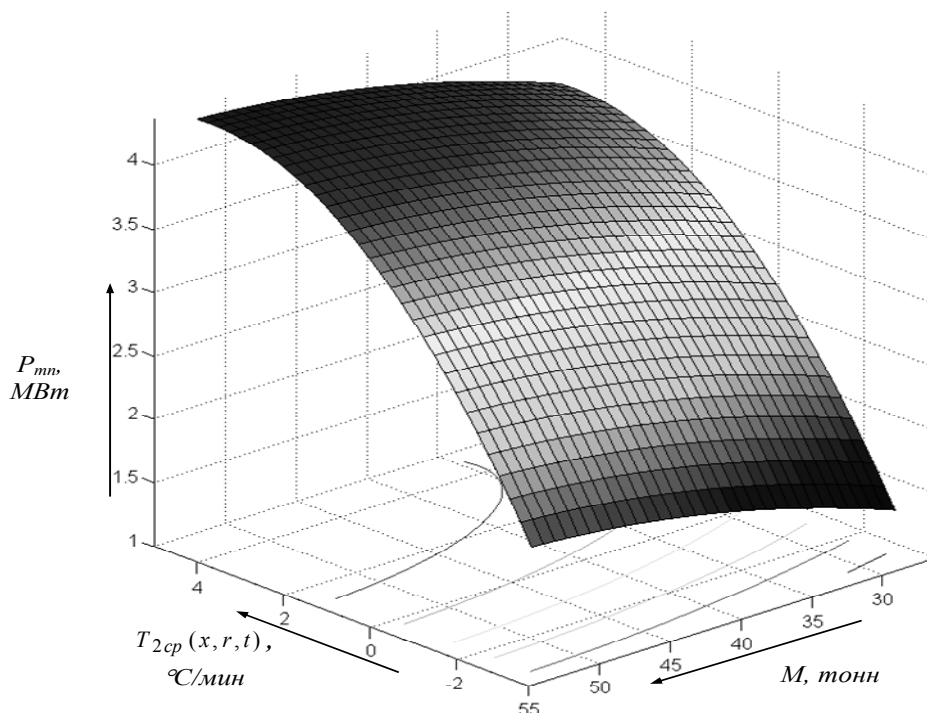


Рис. 1. Поверхности изменения мощности тепловых потерь в процессе нагрева расплава

## ВЫВОДЫ

Оценка величины мощности тепловых потерь позволяет решить следующие важные задачи:

- определить значение мощности, подведенной к жидкому металлу, что необходимо для построения автоматизированной системы управления тепловым режимом плавки в ДСП;
- заносить и корректировать по необходимости значения мощности тепловых потерь в базе данных;
- повысить точность моделирования электротермического режима по всей кампании плавки.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гитгарц Д. А. Автоматизация плавильных электропечей с применением микро-ЭВМ / Д. А. Гитгарц. – М. : Энергоатомиздат, 1984. – 136 с.
2. Егоров А. И. Основы теории управления / А. И. Егоров. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 504 с.
3. Разживин А. В. Математическое моделирование тепловых параметров восстановительного периода плавки / А. В. Разживин, А. Н. Обухов // Вісник Донбаської державної машинобудівної академії : зб. наук. праць. – Краматорск : ДДМА, 2011. – № 1 (22). – С. 225–231.
4. Лазарева Т. Я. Основы теории автоматического управления : [учеб. пособие] / Т. Я. Лазарева, Ю. Ф. Мартеньянов. – Тамбов : Тамб. гос. техн. ун-т, 2003. – 308 с.
5. Дьяконов В. П. MatLab 6/6.1/6.5 + Simulink 4/5. Основы применения. Полное руководство пользователя / В. П. Дьяков. – М. : Солон-Пресс, 2002. – 800 с.